

# СОВМЕСТНОЕ ВЛИЯНИЕ НЕЛИНЕЙНОСТЕЙ ТРЕНИЯ И ПАРАМЕТРИЧЕСКИХ ВОЗБУЖДЕНИЙ НА КОЛЕБАНИЯ ПНЕВМОКОЛЕСНЫХ МАШИН

**Б. М. Шифрин**

Кандидат технических наук, доцент  
Кафедра «Механика и авиационная техника»  
Государственной летной академии Украины  
ул. Добровольского 1, г.Кировоград, Украина, 25005  
Контактный тел.: (0522) 37-24-67  
E-mail: B\_Shifrin@mail.ru

*Изучаются поперечные колебания опор пневмоколесных машин с учетом нелинейностей внешнего трения и параметрического возбуждения, обусловленного вертикальными колебаниями машин. Математическая модель таких колебаний представляет собой нелинейное неавтономное дифференциальное уравнение второго порядка. Показан прием изучения, сводящий исходное уравнение движения к уравнению Льева. Рассматривается специальный случай параметрического возбуждения. Обнаружены незатухающие интенсивные колебания, которые названы фрикционно-параметрическими*

## Вступление

Интенсивные колебания пневмоколесных машин (автомобилей, автопоездов, мотоциклов, движущихся по взлетно-посадочной полосе (ВПП) самолетов) не только отрицательно влияют на ресурс несущей части транспортной машины, но и могут служить причиной ухудшения управляемости. Широко известно и крупномасштабно изучается явление самовозбуждения колебаний подвески колес шасси, именуемое шимми [1]. Гораздо в меньшей степени изучено явление фрикционных автоколебаний пневмоколесных машин [2-6]. И в явлении шимми, и в явлении фрикционных автоколебаний важную роль играют силы трения, возникающие на колесах с пневматическими шинами (или на пневматиках).

При реальном движении пневмоколесной машины имеют место различной интенсивности ее вертикальные колебания, к примеру, - вертикальные колебания самолета после посадочного удара. Вертикальные колебания пневмоколесной машины обуславливают зависимость от времени нормальной реакции полотна дороги. В работах [1-6] не учитывается упомянутая временная зависимость. В настоящей работе на примере движущегося по ВПП самолета изучаются по-

перечные фрикционные автоколебания опор шасси пневмоколесных машин с учетом заданной временной зависимости нормальной реакции полотна дороги.

## Постановка задачи и математическая модель

Будем изучать поперечные (т.е. следующие вдоль размаха крыла) колебания опоры шасси самолета, выполняющего пробежку по ВПП. На рис.1 показана модель изучаемого объекта и его движения по ВПП. Самолет рассмотрим как механическую систему двух разновеликих по массе твердых тел – корпуса «1» и опоры шасси «2».

В ходе изучаемого движения эти тела перемещаются поступательно. Продольная ось корпуса и плоскость диска пневматика все время параллельны оси ОХ, а поперечная ось корпуса и ось качения пневматика – оси ОZ. Между продольной осью корпуса и осью ВПП имеется угол рыскания продольной оси  $\Psi$ . Если он неравен углу рыскания вектора путевой скорости центра масс самолета  $\Psi_0$ , то имеет место боковой снос. Движение изучим в течение малого по сравнению со временем штатного разбега или пробега промежутка времени, имея в виду

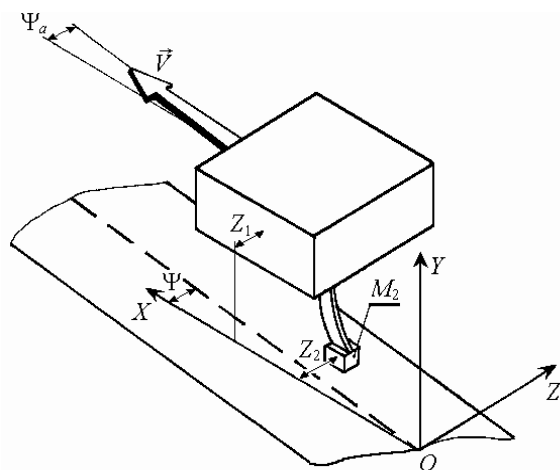


Рисунок 1. Модель самолета и его движения по ВПП

вторую половину разбега или первую - пробег. Корпус самолета движется заданным образом:

$$V_x = V = \text{const}, V_z = W = \text{const}, V \gg W, \quad (1)$$

где  $V_x, V_z$  – проекции вектора путевой скорости центра масс самолета на продольную и поперечную оси корпуса соответственно. Тело «1» является несущим, а тело «2» – несомым.

Запишем уравнение поперечных колебаний опоры шасси относительно корпуса:

$$M_2 \frac{d^2 Z_2}{dt^2} + c(Z_2 - Z_1) = -F, \quad (2)$$

где  $M_2$  – масса опоры ( $M_1$  – масса корпуса);  $c$  – поперечная жесткость упругой связи корпуса и опоры шасси;  $F$  – сила трения,

$$F = \mu_* N f(u), \quad (3)$$

где  $N$  – нормальная реакция полотна ВПП;  $\mu_* = \text{const}$  – коэффициент трения;  $f(u)$  – характеристика трения или безразмерная функция относительного угла увода  $u = \frac{dZ_2/dt}{V U_{кр}}$ ;  $Z_1 = Wt$ ;  $U_{кр}$  – критический угол увода.

Для чистого увода, т.е. увода при отсутствии продольного скольжения, характеристика трения при положительных углах увода имеет вид [4,7]:

$$f(u) = u(3 - 3u + u^2), \quad u \in [0; 1].$$

Адекватность модели трения (3) на пневматиках шасси пневмоколесных машин показана в [5].

Такая постановка задачи близка к задачам, рассмотренным в [3,5,6]. Основное отличие настоящей работы в том, что в [3,5] принято  $N = \text{const}$ , а в настоящей работе –

$$N = N(t) = N_0 \Phi(t), \Phi(t) = 1 + b\varphi(t), \quad (4)$$

где  $N_0 = \text{const} > 0$  – нормальная реакция ВПП при отсутствии вертикальных колебаний опор шасси;  $\Phi(t), \varphi(t)$  – безразмерные нижеописанные функции времени;  $b = \text{const} > 0$  – глубина пульсации параметра вязкого трения. Нормальная реакция должна удовлетворять неравенству

$$N \geq 0. \quad (5)$$

Как и в [3,5] исходное уравнение движения продифференцируем по  $t$  и после приведем к безразмерному виду. В итоге вместо (1) получим:

$$\ddot{u} + u - w = -\epsilon_0 [b\dot{\varphi}f + (1 + b\varphi)f'\dot{u}], \quad (6)$$

где точками обозначено дифференцирование по безразмерному времени  $\tau = \omega t, \omega = (c/M_2)^{1/2}$  – собственная частота поперечных колебаний опоры шасси;  $f' = df/du$ ;  $\epsilon_0 = \mu_* N_0 / (V \omega M_2 U_{кр})$ ;  $w = W / (V U_{кр})$  – безразмерная поперечная скорость корпуса. Уравнение (6), дополненное характеристикой трения  $f(u)$  и зависимостью  $\varphi(t)$ , является математической моделью поперечных колебаний опоры шасси при учете вертикальных колебаний самолета. Решение уравнения (6) должно удовлетворять начальным условиям:

$$u(\tau = 0) = u_0, \dot{u}(\tau = 0) = v_0. \quad (7)$$

С помощью уравнения (6) выясним возможное влияние вертикальных колебаний самолета на поперечные колебания опоры шасси. При произвольных функциях  $f(u), \varphi(t)$  уравнение (6) является обыкновенным нелинейным и неавтономным дифференциальным уравнением второго порядка.

#### Прием и результаты моделирования

Переиначим постановку задачи. Функцию  $\varphi(\tau)$  будем считать не известной, а такой, что

$$\varphi(\tau) = -u(\tau) \quad (8)$$

и изучим решения уравнения (5) при выполнении условия (8). Если закон  $\varphi(\tau)$  близок к гармоническому, то условия (4), (8) означают, что вертикальные и поперечные колебания происходят на одной частоте со сдвигом фаз равным  $\pi$ . Подстановка (8) в (5) приводит к уравнению:

$$\ddot{u} + u - w = -\epsilon_0 [-bf + (1 - bu)f']\dot{u}. \quad (9)$$

Введем в рассмотрение функцию  $f_1(u)$  такую, что

$$f_1'(u) = -bf(u) + (1 - bu)f'(u) \quad (10)$$

и будем называть эту функцию эффективной характеристикой трения. Легко установить взаимосвязь функций

$f(u)$  и  $f_1(u)$ :

$$f_1(u) = (1 - bu)f(u). \quad (11)$$

Уравнение (9), записанное с учетом (10), принимает вид:

$$\ddot{u} + u - w = -\epsilon_0 f_1' \dot{u}. \quad (12)$$

Сопоставив математическую модель [6] с уравнением (12), заключим, что математическая модель поперечных колебаний опоры шасси при учете вертикальных колебаний машины вида (8) не отличается от модели, не учитывающей вертикальные колебания, если характеристику трения  $f(u)$  заменить эффективной характеристикой трения  $f_1(u)$ . Из дальнейшего видно, что использование

эффективной характеристики трения позволяет значительно упростить решение задачи. На рис.2 изображены графики функций  $f_i(u)$  для трех значений  $b$ . Кривые «1», «2», «3» построены для  $b=0; 0,2; 1,0$  соответственно; кривая «1» совпадает с исходной характеристикой  $f(u)$ . Все три кривые при  $u = u_{*i}, i=1,2,3$ ;  $i$  – номер кривой, имеют стационарную точку:

$$u_{*1} = 1,0; u_{*2} = 0,724; u_{*3} = 0,370.$$

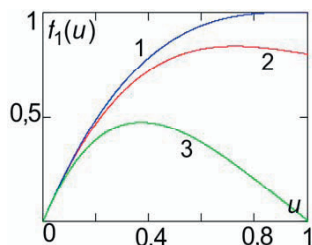


Рисунок 2. Эффективные характеристики трения

Уравнение (12) относится к обыкновенным нелинейным дифференциальным уравнениям Льенара [8]. Результаты исследования решений таких уравнений применительно к характеристикам трения, изображенным на рис.2, известны [3,5,6]: при  $w > u_*$ , начиная с некоторого момента времени, в системе (12) устанавливаются стационарные колебания. С учетом неравенства (5) и выражений (4) и (8) решения уравнения (12) должны удовлетворять неравенству

$$\Phi(\tau) = 1 - bu(\tau) \geq 0. \quad (13)$$

На рис.3 представлены результаты численного интегрирования методом Рунге-Кутты уравнения (12) при

$$w = u_* + 0,03; \varepsilon_0 = 0,25; u_0 = w + 0,2; v_0 = 0.$$

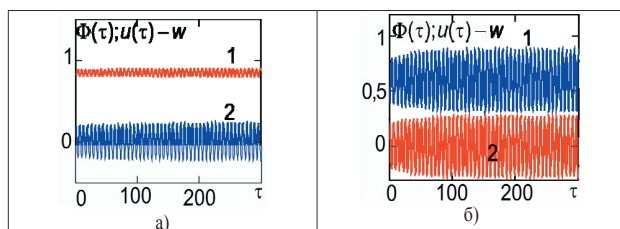


Рисунок 3. Результаты численного моделирования

Фрагмент а) соответствует случаю  $b=0,2$ , а фрагмент б) -  $b=1,0$ . Осциллограммы «1» есть графики функций  $\Phi(\tau)$ ; они представлены, чтобы убедиться в выполнении неравенства (13) и оценить соотношение между постоянной и колебательной составляющими нормальной реакции ВПП. Можно убедиться также в выполнении условия заданной области определения относительных углов увода  $u \in [0;1]$ . Осциллограммы «2» дают возможность судить о колебаниях подвески шасси при пробеге самолета по ВПП. Как видим, в процессе изучаемого движения следует ожидать появления интенсивных незатухающих поперечных колебаний опор шасси.

Сделаем замечание о реализуемости и природе обнаруженных колебаний. В рассмотренной задаче ис-

ходили из того, что частота вертикальных колебаний опоры шасси равна собственной частоте ее поперечных колебаний.

Это условие может выполняться в ходе реальной пробежки самолета [3, 9]. Если исключить вертикальные колебания опоры (т.е. положить  $b=0$ ), то, как это следует из рассматриваемой математической модели, в изучаемом диапазоне углов увода будут возникать лишь затухающие колебания, что обусловлено монотонным ростом кривой  $f(u)$ ; при изучении более широкого диапазона углов увода  $u \in [0; u^*]$ ,  $u^* > 1$  на падающем участке упомянутой кривой имеют место фрикционные автоколебания [3,5,6]. С другой стороны, если допустить, что вблизи основного угла увода равно  $w$  характеристика трения представляет собой прямую линию, то придем к параболической эффективной характеристике трения; здесь также, как и при  $b=0$ , стационарные колебания возникать не будут: на падающей ветви параболы возникают нарастающие по экспоненциальному закону колебания. При этом условие (8) маловероятно, т. к. маловероятны вертикальные колебания, нарастающие по экспоненциальному закону в течение значительного периода времени.

Таким образом, обнаруженные поперечные колебания опоры шасси обусловлены совместным влиянием нелинейностей трения на пневматиках шасси и параметрического возбуждения, связанного с периодическими изменениями нормальной реакции. Потому, изучаемые колебания имеют фрикционно-параметрическую природу.

## Выводы

1. Теоретически обнаружены интенсивные незатухающие колебания опор шасси пневмоколесных машин, обусловленные совместным влиянием нелинейностей трения и параметрического возбуждения специального вида.

2. Параметрическое возбуждение имеет место при вертикальных колебаниях пневмоколесной машины и может приводить к эффекту равносильного замене реальной (исходной) характеристики трения  $f(u)$  на эффективную характеристику  $f_i(u)$ . При глубине пульсации параметрического возбуждения  $b=0$  характеристики  $f$  и  $f_i$  совпадают, с ростом  $b$  стационарная точка кривой  $f_i(u)$  смещается вниз и к началу координат. Физически это означает, что уменьшаются эффективное поперечное трение и поперечная скорость машины  $W$ , при которой может наблюдаться фрикционная неустойчивость.

3. Предложен и применен прием изучения неавтономных систем путем их приведения к автономным системам известного вида.

## Литература

1. Алфутов Н.А., Колесников К.С. Устойчивость движения и равновесия. М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э.Баумана, 2003.- 256 с.
2. Allen R.R., O'Massey R.C. Longitudinal instability in braked landing gear//Journal of dynamic system, measurement, and control. 1981. Vol. 103. P. 259-265.

3. Плахтиенко Н.П., Шифрин Б.М. О поперечных колебаниях шасси самолета // Проблемы прочности, 2002, №6, С.79-88.
4. Плахтиенко Н.П., Шифрин Б.М. Одноступенная модель колебаний опоры шасси самолета // Техническая механика, 2006, №1, С.16-25.
5. Шифрин Б.М. Фрикционные неустойчивость и колебания самолета на разбеге/пробеге // Восточно-европейский журнал передовых технологий, 2006, №6/2 (24). С.19-23.
6. Плахтиенко Н.П., Шифрин Б.М. Механические явления при движении самолета с околокритическими углами увода колес шасси // Прикладная механика, 2006, №6. С.128-135.
7. Pacejka H.B., Sharp R.S. Shear force development by pneumatic tires in steady-state conditions. A review of modeling aspects // Vehicle system dynamics. -1991.-V.20, № 3-4.- P.121-176.
8. Боголюбов Н.Н., Митропольский Ю.А. Асимптотические методы в теории нелинейных колебаний. М.: ГИФМЛ, 1963. - 412 с.
9. Нагружение самолета при наземных режимах эксплуатации // ЦАГИ «Обзоры. Переводы. Рефераты». 1979, №559. 86 с.

УДК 621.255

# МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ГИДРОАГРЕГАТА СИСТЕМЫ СМАЗКИ С РЕГУЛИРУЕМЫМ ШЕСТЕРЕННЫМ НАСОСОМ

**З.Я. Лурье**

Доктор технических наук, профессор\*

Контактный тел.: (057)705-34-92

**И.М. Федоренко**

Аспирант\*

Контактный тел.: (057)343-41-02

\*Кафедра гидравлических машин

Национальный технический университет «Харьковский

политехнический институт»

ул. Фрунзе 21, г. Харьков, Украина, 61002

*Рассмотрен вопрос, связанный с исследованием гидроагрегата жидкой циркуляционной смазки, в котором подача шестеренного насоса изменяется за счет приводного асинхронного электродвигателя, питаемого от преобразователя частоты. Предложенная математическая модель гидроагрегата позволяет получить внешние характеристики и сформулировать практические рекомендации по выбору режима работы с высоким КПД*

## 1. Введение

Большинство объемных гидроагрегатов (ГА), например, систем жидкой циркуляционной смазки пар трения механизмов и машин включают нерегулируемые насосы (в основном шестеренные) с приводным асинхронным электродвигателем (АД) с короткозамкнутым ротором. При расчете параметров ГА, исследовании его работы, оценке энергетических потерь, оценке КПД принимают частоту вращения вала насоса постоянной и КПД приводного электродвигателя не учитывают.

При функционировании системы смазки возникают режимы, при которых появляется необходимость регулировать подачу насоса объемным способом, а не традиционным дроссельным с помощью, например, настройки переливного клапана. Появление надежных промышленных преобразователей частоты электрического тока открывает возможность регулирования подачи шестеренных насосов путем изменения частоты вращения вала АД.

При этом должное внимание следует уделить искусственным механическим характеристикам АД,